

1.10) Pela Lei de Fourier:

$$q = -k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L} = -0,03 (5,4) \cdot \frac{(-10 - 35)}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{-0,03 \cdot 20 \cdot (-45)}{500} \Rightarrow L = 0,054 \text{ m} =$$

$$= 54 \text{ mm}$$

1.26) Sabemos que o processo de transferência de calor em questão é a convecção. Logo,

$$q = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty)$$

Para  $h = 200 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ :

$$q = 200 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 70 = 0,35 \text{ W}$$

Para  $h = 3000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ :

$$q = 3000 \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 70 = 5,25 \text{ W}$$

1.31) Pela equação do fluxo líquido de radiação para uma superfície, vamos achar a relação da potência com temperatura para cada  $\epsilon$ .

$$q''_{\text{rad}} = \epsilon \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot [(T_s + 273)^4 - 77^4] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_{\text{rad}} = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 0,1^2 \cdot \epsilon [(T_s + 273)^4 - 77^4]$$

Para  $\epsilon = 0,25$ :

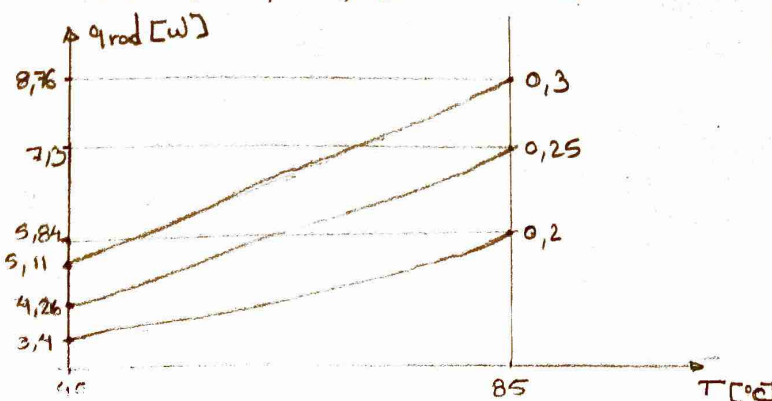
$$q_{\text{rad}}(40^\circ) = 4,26 \text{ W}; \quad q_{\text{rad}}(85^\circ) = 7,3 \text{ W}$$

Para  $\epsilon = 0,2$ :

$$q_{\text{rad}}(40^\circ) = 3,4 \text{ W}; \quad q_{\text{rad}}(85^\circ) = 5,84 \text{ W}$$

Para  $\epsilon = 0,3$ :

$$q_{\text{rad}}(40^\circ) = 5,11 \text{ W}; \quad q_{\text{rad}}(85^\circ) = 8,76 \text{ W}$$



1.34) a) Considerando que toda energia de aquecimento seja irradiada, ou seja, não haverá perdas por condução ou convecção:

$$q_{\text{rad}} = q_{\text{elétrica}} \Rightarrow q_{\text{elétrica}} = 0,25 \pi 0,3^2 \cdot (300 - 77) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_{\text{elétrica}} = 8,1 \text{ W}$$

Note que consideramos também regime permanente

b) Considerando o novo elemento de nitrogênio com VC e aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica:

$$-\dot{m}_{\text{N}_2} \cdot \Delta h + q_{\text{rad}} = 0 \Rightarrow \dot{m}_{\text{N}_2} = \frac{q_{\text{rad}}}{\Delta h} = \frac{8,1}{125} = 0,0648 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

c)  $q_{\text{rad, revestido}} = \frac{0,09}{0,25} \cdot q_{\text{rad}} = 2,916 \text{ W}$

∴ haverá uma redução no consumo de nitrogênio

1.68) Considerando que toda energia absorvida é utilizada para evaporação e que não há perda de calor na embalagem por convecção e radiação:

$$q_{\text{abs}} = q_{\text{evap}} \Rightarrow q''_{\text{abs}} \cdot A = \dot{m} \cdot h_{\text{evap}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \text{ kW} \cdot 0,0625 = \frac{\dot{m}}{18} \cdot 2400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{m} = \frac{5 \cdot 0,0625 \cdot 18}{2400} = 0,0023 \text{ kg}$$

$$\text{Umidade inicial} = 0,22 \cdot 0,75 = 0,165 \text{ kg}$$

$$\text{Umidade desejada} = 0,022 \text{ kg}$$

∴ a compra das aquecedoras é válida.

1.71) a) Consideremos como sistema, o transistor junto aos terminais supondo regime permanente, que não há perdas de calor por radiação no transistor e que tudo que é dissipado pelo transistor é integralmente transferido para a placa.

$$q_{\text{diss}} = q_{\text{convec}} + q_{\text{cond, term}} + q_{\text{cond, espess}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_{\text{diss}} = 50 \cdot 32 \cdot 10^{-6} (T_s - 293) - 3 \cdot 25 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6} (308 - T_s) + 1,4 \cdot 10^{-3}$$

$$- k \cdot 32 \cdot 10^{-6} (308 - T_s) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_{\text{diss}} = 0,0016 T_s - 0,4688 - 1,44375 + 0,0047 T_s -$$

$$- 2,464k + 0,16k T_s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2,0625 + 2,464k = (0,0063 + 0,16k) T_s$$

Para o ar no espaço ( $k=0,0263$ ):  $T_6 = 319,62 \text{ K}$

Para a pasta condutiva ( $k=0,12$ ):  $T_3 = 312,8 \text{ K}$

b) Para  $k=200 \text{ W/(mK)}$ :

$$q(h=50) = 0,3155 \text{ W}; q(h=250) = 0,4435 \text{ W}$$

Para  $k=400 \text{ W/(mK)}$ :

$$q(h=50) = 0,503 \text{ W}; q(h=250) = 0,633 \text{ W}$$

$$1.81) q_{\text{cond}} = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}}$$

$$-1,4 \cdot (-288) = 5(873 - T_{\infty}) + 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (873^4 - T_{\infty}^4)$$

Utilizar métodos numéricos para achar as raízes!

2.17) a) Pela Lei de Fourier:

$$q_x = 0,5 \cdot 0,353 \cdot 100 \Rightarrow 0,5 \cdot 0,353 \cdot 100 = k \cdot \pi (15 \cdot 10^{-3})^2 \frac{25}{15 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow k = \frac{0,5 \cdot 0,353 \cdot 100 \cdot 15}{\pi \cdot 15^2 \cdot 10^{-3} \cdot 25} = 14,98 \frac{\text{Wm}}{\text{K}}$$

$$\Delta T_{\text{atmosfera}} = 4 \cdot 25^\circ\text{C} = 100^\circ\text{C} \therefore$$

$$T_{\text{aquecedor}} = 137^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{média}} = \frac{T_0 + T_{\text{aquecedor}}}{2} = 123^\circ\text{C}$$

b) Consideraremos que a condutividade térmica do aço continue a mesma:

$$q_{\text{aquecedor}} = q_{\text{aço}} + q_{\text{ferro}} \Rightarrow q_{\text{ferro}} =$$

$$= 1 \cdot 0,601 \cdot 100 - 14,98 \cdot \pi (15^2 \cdot 10^{-3}) \frac{15}{15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_{\text{ferro}} = 49,51 \text{ W}$$

$$\therefore 49,51 = k_f \cdot \pi \cdot 15^2 \cdot 10^{-3} \frac{15}{15} \Rightarrow k_f = \frac{49,51}{\pi \cdot 15^2 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_f = 70,04 \frac{\text{Wm}}{\text{K}}$$

$$\Delta T_{\text{atmosfera}} = \frac{60}{15} \cdot 15^\circ\text{C} = 60^\circ\text{C} \therefore T_{\text{aquecedor}} = 137^\circ\text{C}$$

$$T_{\text{média}} = \frac{77^\circ\text{C} + 137^\circ\text{C}}{2} = 107^\circ\text{C}$$

c) A vantagem é que não há perdas para o ambiente, já que todo o aquecedor está envolto por amostras.

A perda de calor se torna significativa pelos laterais

quando a condutividade térmica das amostras for próxima da condutividade do material isolante. E, quando há perdas pelos laterais, podemos esperar  $\Delta T_1 \neq \Delta T_2$ .

2.37) a) Pela Lei de Fourier:

$$q'_x(x) = -k \frac{\partial T}{\partial x} = -k \cdot \left[ \frac{A}{ka} e^{-\alpha x} + B \right]$$

$$q''_x(0) = -k \left[ \frac{A}{ka} e^0 + B \right] = -k \left[ \frac{A}{ka} + B \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q''_x(0) = -\frac{A}{a} - kB$$

$$q''_x(L) = -k \left[ \frac{A}{ka} e^{-\alpha L} + B \right] = -\frac{A}{a} e^{-\alpha L} - kB$$

b) Sabendo que trata-se de regime permanente e pela equação geral da condução:

$$\frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q}(x) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial x} \Rightarrow 0 \Rightarrow$$

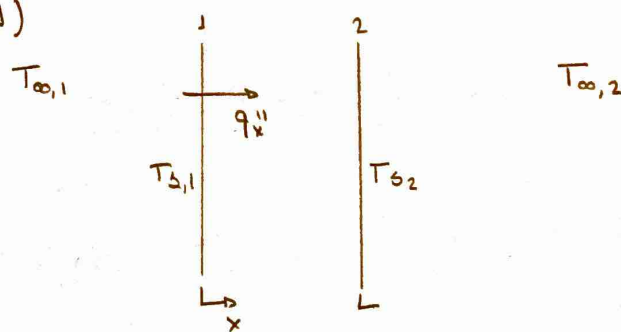
$$\Rightarrow \dot{q}(x) = -k \frac{d^2 T}{dx^2} = -k \left[ -\frac{A}{k} e^{-\alpha x} \right] =$$

$$= A e^{-\alpha x}$$

$$c) \dot{E}_x''(x) = \int_0^L \dot{q}(x) dx = \left[ \frac{A e^{-\alpha x}}{-\alpha} \right]_0^L = \frac{-A e^{-\alpha L}}{\alpha} + \frac{A e^0}{\alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{E}_x''(x) = \frac{A}{\alpha} (1 - e^{-\alpha L})$$

3.1)



Vamos supor que trata-se de regime permanente, que as paredes são isotermas e que não haja energia gerada.

Da equação geral da condução:

$$\frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) = 0 \Rightarrow T(x) = ax + b$$

Como a parede não contém massa:

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = h_1 (T_{\infty,1} - T_{s,1}) \Rightarrow -\frac{ka}{h_1} = T_{\infty,1} - T_{s,1} \Rightarrow$$

$$\rightarrow T_{s,1} = T_{\infty,1} + \frac{ka}{h_1}$$

$$-k \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = h_2 (T_{s,2} - T_{\infty,2}) \Rightarrow$$

$$\rightarrow -\frac{ka}{h_2} = T_{s,2} - T_{\infty,2} \Rightarrow T_{s,2} = T_{\infty,2} - \frac{ka}{h_2} \Rightarrow$$

$$L_{\text{cond}}, \begin{cases} T_{s,1} = b \\ T_{s,2} = aL + b \Rightarrow T_{s,2} = aL + T_{s,1} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\rightarrow a = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L}$$

$$\therefore b = T_{\infty,1} + \frac{ka}{h_1}; a = \frac{1}{L} \left[ T_{\infty,2} - \frac{ka}{h_2} - T_{\infty,1} - \frac{ka}{h_1} \right]$$

$$\rightarrow a = \frac{T_{\infty,2}}{L} - \frac{ka}{L \cdot h_2} - \frac{T_{\infty,1}}{L} - \frac{ka}{L h_1} \Rightarrow$$

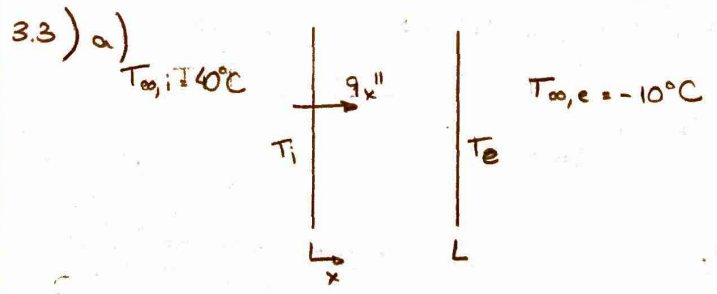
$$\Rightarrow a \left[ 1 + \frac{k}{L h_2} + \frac{k}{L h_1} \right] = \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{L} \Rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{\left[ L + \frac{k}{h_2} + \frac{k}{h_1} \right]} \quad b = T_{\infty,1} + \frac{k}{h_1} a \Rightarrow$$

$$\rightarrow b = T_{\infty,1} + \frac{k}{h_1} \left[ \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{\left( L + \frac{k}{h_2} + \frac{k}{h_1} \right)} \right]$$

$$T(x) = \left[ \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{\left( L + \frac{k}{h_2} + \frac{k}{h_1} \right)} \right] x + \left\{ T_{\infty,1} + \frac{k}{h_1} \left[ \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{\left( L + \frac{k}{h_2} + \frac{k}{h_1} \right)} \right] \right\}$$

$$q_x''(x) = -k \cdot \left[ \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{\left( L + \frac{k}{h_2} + \frac{k}{h_1} \right)} \right] = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{\frac{L}{k} + \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_1}}$$



Note que temos o mesmo problema do exercício 3.1, logo mantemos as mesmas hipóteses e as equações continuam válidas.  $k_{\text{vidro}} = 0,8 \text{ W/mK}$

$$a = \frac{-10 - 40}{0,004 + \frac{0,8}{30} + \frac{0,8}{65}} = -1163,5 \frac{\text{K}}{\text{m}}$$

$$b = (40 + 273) + \frac{0,8}{30} \cdot (-1163,5) = 281,97 \text{ K}$$

$$T(x) = -1163,5x + 281,97$$

$$\therefore T(0) = 281,97 \text{ K} = 8,97^\circ\text{C}$$

$$T(0,004) = 277,32 \text{ K} = 4,32^\circ\text{C}$$

b) Exercício Computacional

3.10) Consideremos que trata-se de regime permanente, que não há perdas por radiação e que não há geração de energia interna.

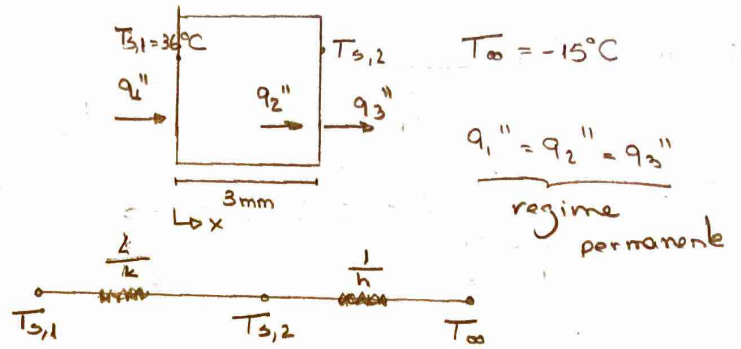


Tabela A3:  $k = 0,2 \text{ W/(mK)}$  → tecido adiposo.

$$q''_{\text{calma}} = \frac{\Delta T}{R_T^c} \quad \text{e} \quad q''_{\text{vento}} = \frac{\Delta T}{R_T^v}$$

$$R_T^c = \frac{0,003}{0,2} + \frac{1}{25} \quad \text{e} \quad R_T^v = \frac{0,003}{0,2} + \frac{1}{65}$$

$$\therefore \frac{q''_{\text{calma}}}{q''_{\text{vento}}} = \frac{R_T^v}{R_T^c} = 0,552$$

b) Trata-se de regime permanente, pelo balanço de energia

$$q''_{\text{cond}} = q''_{\text{conv}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k}{L} (T_{s,1} - T_{s,2}) = h (T_{s,2} - T_{\infty}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k}{L} T_{s,1} - \frac{k}{L} T_{s,2} = h T_{s,2} - h T_{\infty} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k T_{s,1} + h T_{\infty} = T_{s,2} (h + \frac{k}{L}) \Rightarrow$$

$$\rightarrow T_{s,2} = \frac{\frac{k}{L} T_{s,1} + h T_{\infty}}{h + \frac{k}{L}}$$

$$\therefore h = 25 \Rightarrow T_{s,2} = 22,1^\circ\text{C}$$

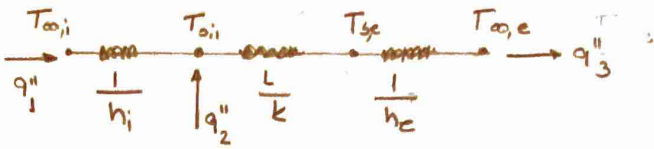
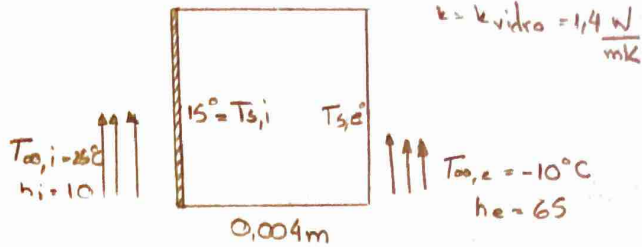
$$h = 65 \Rightarrow T_{s,2} = 10,8^\circ\text{C}$$

c) Neste caso, o fluxo deve ser igual:

$$\frac{T_{s,1} - T_{\infty}'}{R_T^c} = \frac{T_{s,1} - T_{\infty}}{R_T^v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\infty}' = T_{s,1} - \frac{R_T^c}{R_T^v} \cdot (T_{s,1} - T_{\infty}) \Rightarrow T_{\infty}' = -56,3^\circ\text{C}$$

3.4) a)



$$q_1'' + q_2'' = q_3'' \Rightarrow \frac{T_{\infty,i} - T_{s,i}}{\frac{1}{h_i}} + q_2'' = \frac{T_{s,i} - T_{\infty,e}}{\frac{L}{k} + \frac{1}{h_e}} \Rightarrow$$

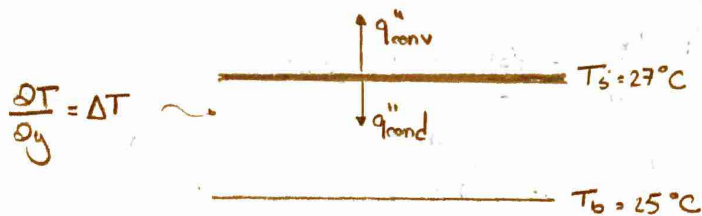
$$\Rightarrow q_2'' = \frac{-15^\circ\text{C} - (-10^\circ\text{C})}{\frac{0,004}{1,4} + \frac{1}{65}} - \frac{25^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}}{\frac{1}{10}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q_2'' = 1270,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

b) Exercício Computacional

3.9) a)

$$T_{\infty} = 25^\circ\text{C}$$



$$\frac{\partial T}{\partial y} = \Delta T$$

Pelo balanço de energia obtemos que:

$$P_{\text{ele}} = q_{\text{conv}}'' + q_{\text{cond}}'' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2000 = -k \frac{(25^\circ\text{C} - 27^\circ\text{C})}{L} + h (27^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{2000 - \frac{0,04 \cdot 2^\circ\text{C}}{0,01}}{2^\circ\text{C}} = 996 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Se não houvesse condução:

$$2000 = h (27^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}) \Rightarrow h = 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Erro = 1000 - 996 = 4. Consideramos um erro de 0,4%

b) Novamente, pelo balanço de energia:

$$P_{\text{ele}} = q_{\text{cond}}'' + q_{\text{conv}}'' + q_{\text{rad}}'' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2000 = -0,04 \frac{(25^\circ\text{C} - 125^\circ\text{C})}{0,01} + h (125^\circ\text{C} + 25^\circ\text{C}) +$$

$$+ 0,15 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (398^4 - 298^4) \Rightarrow$$

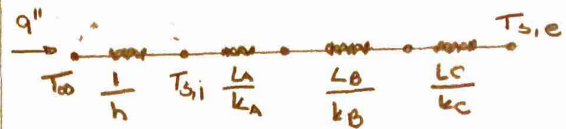
$$\Rightarrow h = \frac{2000 + \frac{0,04(25^\circ\text{C} - 125^\circ\text{C})}{0,01} - 0,15 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (398^4 - 298^4)}{100^\circ\text{C}}$$

$$\Rightarrow h = 14,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Caso não houvesse radiação e com condução:  $h = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

Erro = 5,5. Consideramos um erro de 37,9%.

3.18) Como trata-se de RP, sem geração interna e unidimensional, vale a analogia com um circuito elétrico.



$$q'' = \frac{T_{\infty} - T_{s,i}}{\frac{1}{h}} \Rightarrow q'' = \frac{800^\circ\text{C} - 600^\circ\text{C}}{\frac{1}{25}} \Rightarrow q'' = 5000 \text{ W}$$

$$R_{\text{eq}} = \frac{1}{h} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} + \frac{L_C}{k_C} =$$

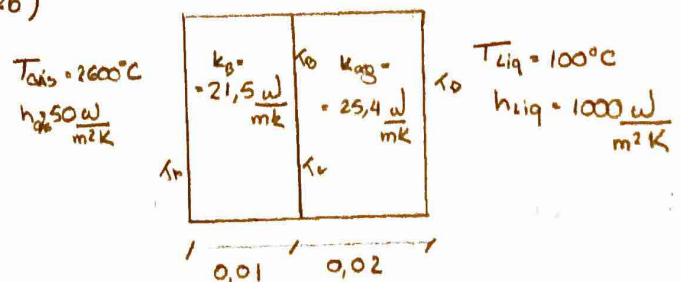
$$= \frac{1}{25} + \frac{0,3}{20} + \frac{0,15}{k_B} + \frac{0,15}{50} = 0,058 + \frac{0,15}{k_B}$$

$$q'' = \frac{T_{\infty} - T_{s,e}}{R_{\text{eq}}} \Rightarrow 5000 = \frac{780^\circ\text{C}}{0,058 + \frac{0,15}{k_B}} \Rightarrow$$

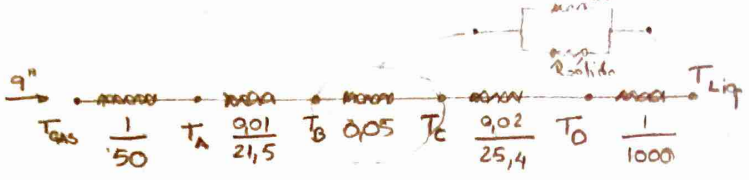
$$\Rightarrow 290 + \frac{750}{k_B} = 780 \Rightarrow \frac{750}{k_B} = 490 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_B = 1,53 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

3.26)



Consideremos RP, unidimensional e sem geração interna.



$$q'' = \frac{2600 - 100}{\frac{1}{50} + \frac{0.01}{21.5} + \frac{0.05}{25.4} + \frac{0.02}{25.4} + \frac{1}{1000}} = 34600,87 \frac{W}{m^2}$$

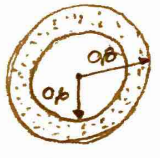
$$34600,87 = \frac{2600 - T_A}{\frac{1}{50}} \Rightarrow T_A = 1907,98^\circ C$$

$$34600,87 = \frac{1907,98 - T_B}{\frac{0,01}{21,5}} \Rightarrow T_B = 1891,89^\circ C$$

$$34600,87 = \frac{1891,89 - T_C}{0,05} \Rightarrow T_C = 161,85^\circ C$$

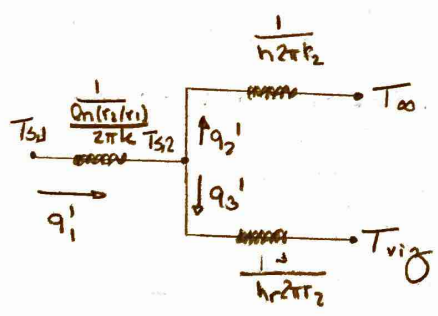
$$34600,87 = \frac{161,85 - T_D}{\frac{0,02}{25,4}} \Rightarrow T_D = 134,6^\circ C$$

3.45) a) Para o silicato de cálcio  $k = 0,089 \frac{W}{mK}$  ( $T = 645K$ )



$$q' = \frac{800 - 490}{\frac{\ln(0.98/0.6)}{2\pi \cdot 0,089}} = 602,6 \frac{W}{m}$$

b)

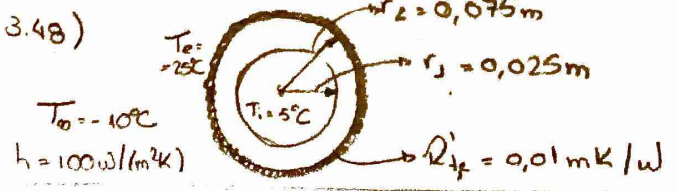


$$q_1 = q_2 + q_3 \Rightarrow$$

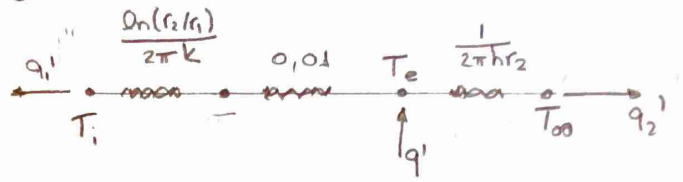
$$\Rightarrow \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k}} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty}}{\frac{1}{h \cdot 2\pi r_2}} + \frac{T_{s,2} - T_{vig}}{\frac{1}{h r \cdot 2\pi r_2}}$$

$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2}$$

Exercício Computacional.



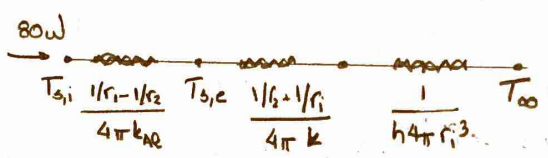
Supondo que se trata de RP, que a direção mais significativa é radial (unidimensional) e que não há geração interna, então:



$$q' = q_1 + q_2 \Rightarrow q' = \frac{(25 - 5)}{\frac{\ln(0.075/0.025)}{2\pi \cdot 10} + 0,01} + \frac{25 + 10}{\frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 0,075}} \Rightarrow q' = 2377 \frac{W}{m}$$

3.67) Consideremos que tenhamos RP, que a direção mais significativa seja a radial e que não haja geração interna, um volume de controle escolhido.

Alumínio (600K):  $k_{Al} = 231 \frac{W}{mK}$



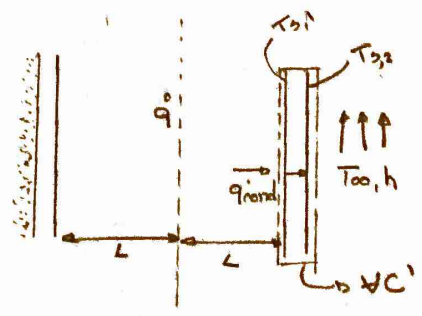
$$80 = \frac{T_{s,i} - T_{\infty}}{\frac{1/r_1 - 1/r_2}{4\pi k_{Al}} + \frac{1/r_2 - 1/r_1}{4\pi k} + \frac{1}{h \cdot 4\pi r_1^3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1/r_2 - 1/r_1}{4\pi k} = \frac{T_{s,i} - T_{\infty}}{80} - \frac{1/r_1 - 1/r_2}{4\pi k_{Al}} - \frac{1}{h \cdot 4\pi r_1^3}$$

$$\Rightarrow 4\pi k = \frac{1/r_2 - 1/r_1}{\frac{T_{s,i} - T_{\infty}}{80} - \frac{1/r_1 - 1/r_2}{4\pi k_{Al}} - \frac{1}{h \cdot 4\pi r_1^3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = 0,064 \frac{W}{mK}$$

3.90) a)



Consideremos RP, que a geração interna é uniforme e que o problema é unidimensional.

Da equação geral da condução:

$$k \frac{d^2 T}{dx^2} + \dot{q} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}}{k}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k} x + C_1 \Rightarrow T(x) = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + C_1 x + C_2$$

Como temos RP e temos um isolamento térmico na parede esquerda então temos uma parede adiabática:

$$-\frac{k}{L} \frac{dT}{dx} \Big|_{x=-L} = 0 \Rightarrow -\frac{\dot{q}}{k} (-L) + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{\dot{q}L}{k}$$

Agora, considerando VC e que não há geração interna neste volume de controle, então:

$$-\frac{k}{b} (T_{s,2} - T_{s,1}) = h (T_{s,2} - T_{\infty}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{k}{b} (T_{s,1} - T_{s,2}) = h (T_{s,2} - T_{\infty})$$

Note que a condução é proveniente da geração interna somente:

$$2L \dot{q} = \frac{k}{b} (T_{s,1} - T_{s,2}) \Rightarrow T_{s,1} = \frac{b \dot{q} 2L}{k} + T_{s,2}$$

$$\text{e, } 2L \dot{q} = h (T_{s,2} - T_{\infty}) \Rightarrow T_{s,2} - T_{\infty} = \frac{2L \dot{q}}{h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{s,2} = \frac{2L \dot{q}}{h} + T_{\infty}$$

$$\text{Logo, } T_{s,1} = \frac{b \dot{q} 2L}{k} + \frac{\dot{q} 2L}{h} + T_{\infty}$$

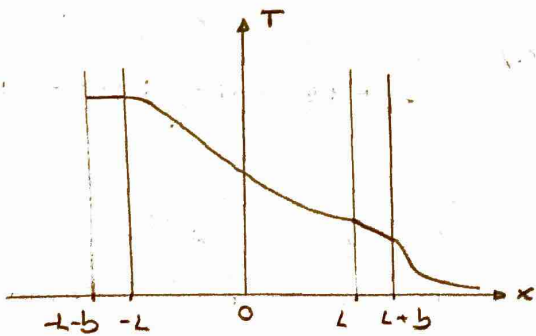
Assim,

$$T(x=L) = T_{s,1} \Rightarrow -\frac{\dot{q}L^2}{2k} - \frac{\dot{q}L^2}{k} + C_2 = \frac{b \dot{q} 2L}{k} + \frac{\dot{q} 2L}{h} + T_{\infty}$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{b \dot{q} 2L}{k} + \frac{\dot{q} 2L}{h} + T_{\infty} + \frac{3 \dot{q} L^2}{2k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_2 = T_{\infty} + \dot{q} L \left[ \frac{2b}{k} + \frac{2}{h} + \frac{3L}{2k} \right]$$

b)



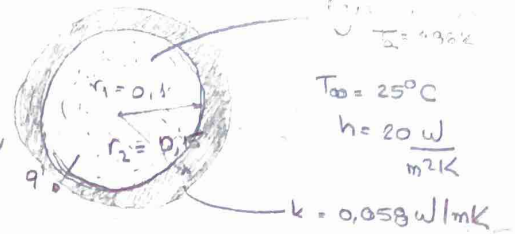
$$-L-b \leq x \leq -L \Rightarrow \frac{dT}{dx} = 0 \cdot T = T_{\max}$$

$$-L \leq x \leq L \Rightarrow \frac{dT}{dx} \text{ é decrescente}$$

$$L \leq x \leq L+b \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \text{cte (só condução!)}$$

3.57) a)

Hipóteses:  
RP, sem ger. intrín.  
unidimensional



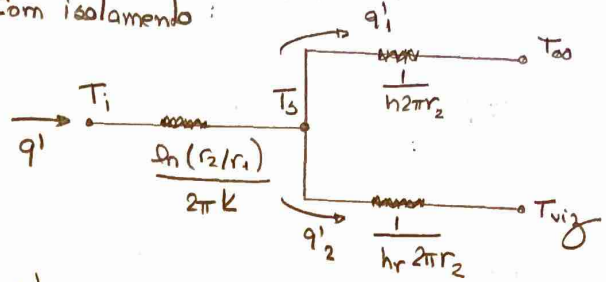
Sem que haja isolamento:

$$q' = 2\pi r \varepsilon \sigma (T_a^4 - T_{viz}^4) + h 2\pi r (T_a - T_{\infty}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q' = 2\pi \cdot 0,1 \cdot 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (486^4 - 298^4) +$$

$$+ 20 \cdot 2\pi \cdot 0,1 (486 - 298) = 3727,72 \frac{W}{m}$$

Com isolamento:



$$q' = q_1' + q_2'$$

$$\frac{T_i - T_s}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k}} = \frac{T_s - T_{\infty}}{\frac{1}{h 2\pi r}} + \frac{T_s - T_{viz}}{hr 2\pi r_2} \Rightarrow$$

$$\frac{486 - T_s}{\frac{\ln(0,3/0,2)}{2\pi \cdot 0,058}} = 20 \cdot \pi \cdot 0,3 (T_s - 298) + \frac{T_s - T_{viz}}{hr 2\pi r_2}$$

$$+ 0,8 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 0,3 (T_s^4 - 298^4) \Rightarrow$$

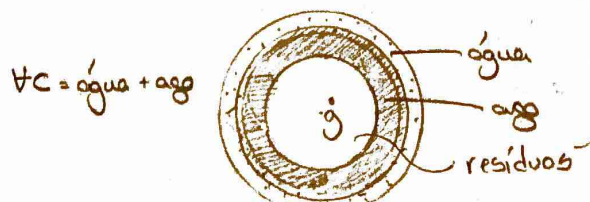
Encontrando  $T_s$ , chegamos em  $q' = 163 \text{ W/m}$

b) A economia que teria sido feita sem o isolante, seria de

$$\eta = (3727,72 - 163) \cdot 3600 \cdot 7500 \cdot \frac{4}{109} = \$85 \text{ ano} \cdot \text{m}$$

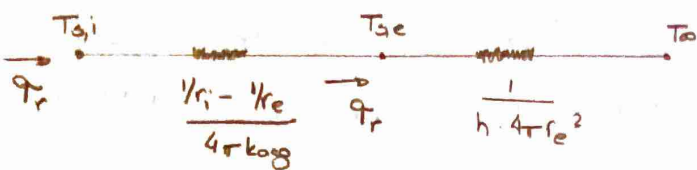
$$\beta = \frac{\$100/\text{m}}{\$85/\text{ano} \cdot \text{m}} = 0,26 \text{ ano} = 3,1 \text{ meses.}$$

3.104) a) Tomando o VC ilustrado abaixo, como não há geração interna, é RP e o problema é unidimensional, ao aplicarmos a equação geral da condução, podemos fazer a analogia com o circuito elétrico para simplificar sua resolução.



Pelo balanço de energia entre os resíduos e o ar

$$-\dot{E}_{out} + \dot{E}_g = 0 \Rightarrow \dot{q}_r = \frac{4}{3} \pi r_i^3 \cdot \dot{q} = \frac{4}{3} \pi 0,5^3 \cdot 10^5$$



$$\dot{q}_r = \frac{T_{s,e} - T_{\infty}}{\frac{1}{h \cdot 4 \pi r_e^2}} \Rightarrow T_{s,e} - T_{\infty} = \frac{\dot{q}_r}{h \cdot 4 \pi r_e^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{s,e} = \frac{4}{3} \pi 0,5^3 \cdot 10^5 \cdot \frac{1}{1000 \cdot 4 \pi \cdot 0,6^2} + 298 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{s,e} = 309,6 \text{ K} = 36,6^\circ \text{C}$$

b) Do circuito acima:

$$\dot{q}_r = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{\frac{1/r_i - 1/r_e}{4 \pi k_{o,s} g}} \Rightarrow T_{s,i} = \frac{\dot{q}_r (1/r_i - 1/r_e)}{4 \pi k_{o,s} g} + T_{s,e}$$

$$\Rightarrow T_{s,i} = \frac{4}{3} \pi 0,5^3 \cdot 10^5 \cdot \frac{(1/0,5 - 1/0,6)}{4 \pi \cdot 15} + 309,6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{s,i} = 402,2 \text{ K} = 129,2^\circ \text{C}$$

c) Consideremos que o problema seja simétrico e que a geração interna seja uniforme. Da equação geral da condução:

$$T(r) = -\frac{\dot{q} r^2}{6 k_{rr}} - \frac{c_1}{r} + c_2 \Rightarrow \frac{dT}{dr}(r) = -\frac{\dot{q} r}{3 k_{rr}} + \frac{c_1}{r^2}$$

Supondo que a geração interna ocorra no centro da esfera então  $c_1 = 0$  (caso contrário, o gradiente de temperatura tenderia a infinito no centro).

CC:  $T(r_i) = T_{s,i} = 402,2 \text{ K}$

$$402,2 = -\frac{\dot{q} r_i^2}{6 k_{rr}} + c_2 \Rightarrow c_2 = 610,5$$

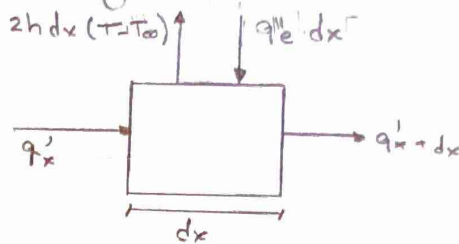
$$\therefore T(r) = -\frac{\dot{q} r^2}{6 k_{rr}} + 610,5$$

$$T(0) = 610,5 \text{ K} = 337,5^\circ \text{C}$$

3.115) a) Consideremos que não haja geração interna na fibra e na película, e regime permanente, não haja

perdas por convecção = a fibra comporta-se como um corpo indeformável (devido a área que  $q_e$  está incidindo = ao tamanho  $\omega_2$  da fibra em relação a esta área).

Tomemos o seguinte elemento infinitesimal



Balanço de energia:

$$\dot{E}'_{in} - \dot{E}'_{out} + \dot{E}''_g = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q'_x - q'_{x+dx} + q''_e dx - 2h dx (T - T_{\infty}) = 0 \quad (1)$$

Série de Taylor:  $q'_{x+dx} = q'_x + \frac{dq'_x}{dx} \cdot dx \quad (2)$

De (2) em (1):  $-\frac{dq'_x}{dx} + q''_e dx - 2h dx (T - T_{\infty}) = 0 \quad (3)$

Lei de Fourier:  $q'_x = -k \cdot d \cdot \frac{dT}{dx} \quad (4)$

De (4) em (3):  $-\frac{d}{dx} \left( -k d \cdot \frac{dT}{dx} \right) + q''_e dx - 2h dx (T - T_{\infty}) = 0$

$$\Rightarrow k d \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} + q''_e dx - 2h dx (T - T_{\infty}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k d \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} + q''_e - 2h (T - T_{\infty}) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q''_e}{k d} - \frac{2h}{k d} (T - T_{\infty}) = 0 \quad (5)$$

Definindo:  $m^2 = \frac{2h}{k d}$  e  $(T - T_{\infty}) = \theta$

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \theta = -\frac{q''_e}{k d} \quad (6)$$

Solução homogênea da EDO:

$$\lambda^2 - m^2 = 0 \Rightarrow \lambda = \pm m$$

$$\therefore \text{base} = \{ e^{mx}, e^{-mx} \} \Rightarrow \theta_h(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

Solução particular da EDO:

$$\theta(x) = -\frac{q''_e}{k d}$$

$$\theta_p(x) = A \left( -\frac{q''_e}{k d} \right) \Rightarrow \theta_p' = 0 \text{ e } \theta_p'' = 0$$

$$0 - m^2 \cdot A \left( -\frac{q''_e}{k d} \right) = -\frac{q''_e}{k d} \Rightarrow A = -\frac{1}{m^2}$$

$$\therefore \theta_p(x) = \frac{k d}{2h} \cdot \frac{q''_e}{k d} = \frac{q''_e}{2h}$$

Logo, a solução de (6) será:

$$\Theta_1(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + \frac{qe''}{2h} \quad (7), x \in [w/2, w/2]$$

Pela simetria do problema e devido ao RP:

$$\left. \frac{d\Theta}{dx} \right|_{x=0} = 0 \Rightarrow [C_1 m e^{mx} + C_2 m e^{-mx}]_{x=0} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1 = C_2 \quad (8)$$

Para  $x > w/2$ , temos uma aleta infinita:

$$\Theta_2(x) = C_3 e^{mx} + C_4 e^{-mx}$$

$$\Theta_2(x \rightarrow \infty) = 0 \Rightarrow C_3 = 0 \Rightarrow \Theta_2(x) = C_4 e^{-mx} \quad (9)$$

Na interface:

$$\Theta_1(w/2) = \Theta_2(w/2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1 \left( e^{\frac{mw}{2}} + e^{-\frac{mw}{2}} \right) + \frac{qe''}{2h} = C_4 e^{-mw/2} \quad (10)$$

$$\left. \frac{d\Theta_1}{dx} \right|_{x=w/2} = \left. \frac{d\Theta_2}{dx} \right|_{x=w/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1 \left( \frac{1}{h} e^{mw/2} - \frac{1}{h} e^{-mw/2} \right) = -\frac{1}{h} C_4 e^{-mw/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1 \left( e^{mw/2} - e^{-mw/2} \right) = -C_4 e^{-mw/2} \quad (11)$$

(10) + (11):

$$2C_1 e^{\frac{mw}{2}} = -\frac{qe''}{2h} \Rightarrow C_1 = C_2 = \frac{-qe''}{4h e^{mw/2}} \quad (12)$$

De (12) em (11):

$$C_1 \frac{(e^{mw/2} - e^{-mw/2})}{e^{-mw/2}} = -C_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{qe''}{4h e^{mw/2}} \cdot \frac{e^{mw/2} - e^{-mw/2}}{e^{-mw/2}} = C_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_4 = \frac{qe'' \sinh(mw/2)}{2h} \quad (13)$$

De (12) em (7):

$$\Theta_1(x) = -\frac{qe''/2}{2h} \frac{1}{e^{mw/2}} (e^{mx} + e^{-mx}) + \frac{qe''}{2h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Theta_1(x) = -\frac{qe''}{2h} e^{-\frac{mw}{2}} \cosh(mx) + \frac{qe''}{2h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Theta_1(x) = \frac{qe''}{2h} \left( 1 - e^{-\frac{mw}{2}} \cosh(mx) \right) \quad (14)$$

De (13) em (9):

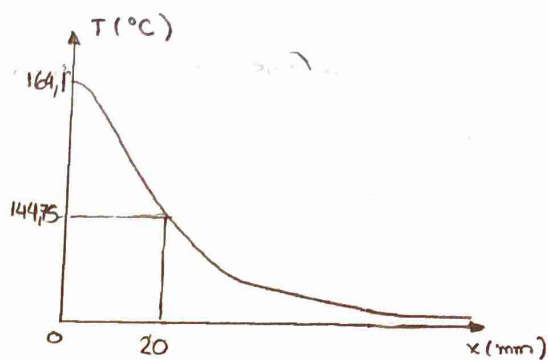
$$\Theta_2(x) = \frac{qe'' \sinh(mw/2)}{2h} e^{-mx} \quad (15)$$

$$b) m = \sqrt{\frac{2h}{kd}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{60 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3}}} = 16,3 \text{ m}^{-1}$$

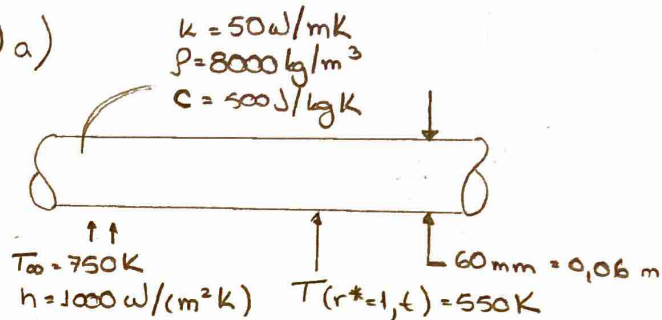
$$\Theta_1(0) = 139,1 \text{ K} \Rightarrow T_0 = 164,1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Theta_2(w/2) = 500 \cdot \sinh(16,3 \cdot 0,02) e^{-16,3 \cdot 0,02} = 119,75 \text{ K} \Rightarrow T_{w/2} = 144,75 \text{ } ^\circ\text{C}$$

c)



5.60) a)



Suponhamos que o problema seja unidimensional com direção mais significativa sendo a direção radial e que a temperatura do bastão no instante inicial seja  $T_i$  e uniforme. Também devemos supor que  $Fo < 0,2$ .

Podemos utilizar a análise concentrada para abordar este problema?

$$Bi = \frac{h \cdot r_0/2}{k} = \frac{1000 \cdot 0,03/2}{50} = 0,3 > 0,1 \text{ Não!}$$

Como a análise concentrada não é válida vamos ter que considerar os efeitos espaciais.

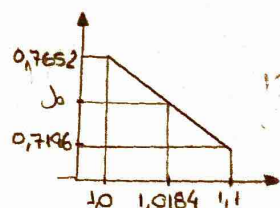
Recalculando o número de Biot:

$$Bi = \frac{1000 \cdot 0,03}{50} = 0,6$$

De tabela 5.1 (Froepera, 7ª ed):

$$f_1 = 1,0184$$

$$f_1 \cdot r^* = 1,0184$$





$$J_0 = \frac{0,7196}{1,1 - 1,0184} = \frac{0,7652 - 0,7196}{1,1 - 1,0} \rightarrow$$

$$\rightarrow J_0 = 0,7196 + (1,1 - 1,0184) \frac{(0,7652 - 0,7196)}{0,1} \rightarrow$$

$$\rightarrow J_0 = 0,7568$$

Da solução aproximada para um cilindro infinito:

$$\frac{\theta^*}{\theta_0^*} = J_0 (J_1 r^*) \rightarrow T$$

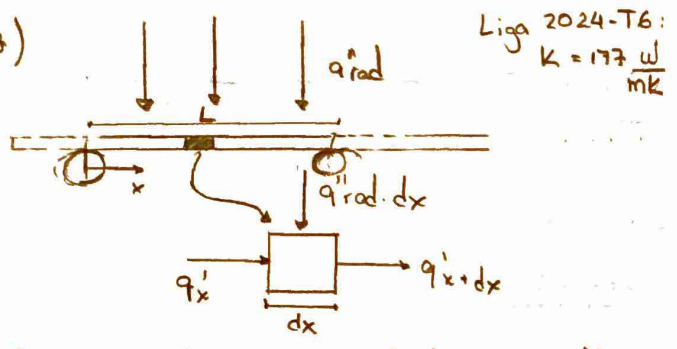
$$\Rightarrow \frac{T(r^*=1, t) - T_\infty}{T(0, t) - T_\infty} = 0,7568 \rightarrow$$

$$\rightarrow T(0, t) = T_\infty + \frac{T(r^*=1, t) - T_\infty}{0,7568} \rightarrow$$

$$\rightarrow T(0, t) = 485,73K$$

b) Exercício computacional

3.108)



Consideremos: RP, que não haja convecção na parte superior (vácuo), condução unidimensional em x, sem dissipação de energia por radiação e sem geração interna.

Balanco energético:

$$q'_x - q'_{x+dx} + q''_{rad} \cdot dx = 0 \quad (1)$$

Série de Taylor:

$$q'_{x+dx} = q'_x + \frac{dq'_x}{dx} \cdot dx \quad (2)$$

$$\text{De (2) em (1)}: -\frac{dq'_x}{dx} \cdot dx + q''_{rad} \cdot dx = 0 \quad (3)$$

$$\text{Lei de Fourier: } -k \cdot \frac{dT}{dx} = q'_x \quad (4)$$

$$\text{De (4) em (3)}: k \cdot \frac{d^2 T}{dx^2} \cdot dx + q''_{rad} \cdot dx = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{q''_{rad}}{k} \quad (5)$$

Integrando (5):

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{q''_{rad}}{k} \cdot x + C_1 \Rightarrow T(x) = -\frac{q''_{rad} x^2}{2k} + C_1 x + C_2 \quad (6)$$

Condições de contorno:

$$T(0) = T_w = 333K$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L/2} = 0 \quad (\text{devido a simetria do problema})$$

$$\text{Derivando (6)}: \frac{dT}{dx}(x) = -\frac{q''_{rad}}{k} \cdot x + C_1 \quad (7)$$

Em (6) e (7):

$$T(0) = C_2 \Rightarrow C_2 = 333K$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L/2} = -\frac{q''_{rad}}{k} \cdot \frac{L}{2} + C_1 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow C_1 = \frac{800}{177 \cdot 0,006} \cdot 0,1 = 75,33$$

$$\therefore T(x) = -376,65 x^2 + 75,33 x + 333 \quad (8)$$

A temperatura máxima será dada por:

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{(x_M)} = 0 \Rightarrow x_M = \frac{75,33}{2 \cdot 376,65} = \frac{0,1}{2} = 0,05$$

$$T_{MAX} = T(0,05) = 336,77K = 63,77^\circ C$$

Pela Lei de Fourier em x=0:

$$q'_{água} = -2k \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -2k \cdot 75,33 \rightarrow$$

$$\rightarrow q'_{água} = -160 \text{ W/m}$$

3.117)a) Consideremos RP, que não há geração interna em nenhum dos componentes, que cada componente possa ser tratado como um problema unidimensional, que não haja perdas de energia por radiação e nem por atrito.

Na base do motor temos apenas condução e esta base pode ser tratada como uma parede plana. Assim:

$$q'_{cond, base} = \frac{k/W}{t} \cdot (T_c - T_\infty) \quad (1)$$

Na varredura do motor, os eixos condutivos podem ser desprezados, sendo considerado apenas a convecção

$$q'_{conv, varredura} = h A_c (T_c - T_\infty) \quad (2)$$

Podemos considerar a aleta como uma aleta com temperatura especificada na ponta e com temperatura da base conhecida. Assim, podemos utilizar a formulação para o caso C.

$$\begin{aligned}
 q_{\text{eixo}} &= -kA_e m \frac{(T_c - T_{\infty}) \cosh(mL) - (T_{\infty} - T_{\infty})}{\sinh(mL)} \\
 &= kA_e m \cdot (T_c - T_{\infty}) \frac{1}{\tanh(mL)} \\
 &= kA_e \sqrt{\frac{h \cdot \rho_e}{k A_c}} (T_c - T_{\infty}) \left[ \tanh \left( \sqrt{\frac{h \rho_e}{k A_c}} L \right) \right]^{-1} \\
 &= (T_c - T_{\infty}) \sqrt{\frac{k_e \pi D^2 h \rho_e}{4}} \left[ \tanh \left( 2 \sqrt{\frac{h \rho_e}{k_e D}} \right) \right]^{-1} \\
 &= (T_c - T_{\infty}) \cdot \frac{\pi D \sqrt{k_e h \rho_e}}{2} \frac{1}{\tanh \left( 2 \sqrt{\frac{h \rho_e}{k_e D}} \right)} \quad (3)
 \end{aligned}$$

Sabemos que:

$$P_{\text{ele}} = P_{\text{mec}} - q_{\text{cond, base}} - q_{\text{conv, carrega}} - q_{\text{eixo}} \quad (4)$$

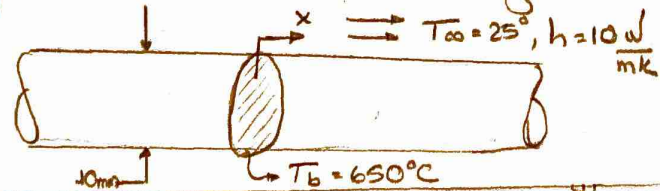
De (1), (2), (3) em (4):

$$\begin{aligned}
 (T_c - T_{\infty}) \left[ \frac{k_e \omega^2}{+} + h_c A_c + \frac{\pi D \sqrt{k_e h \rho_e}}{2} \right] &= P_{\text{elec}} - P_{\text{mec}} \\
 \Rightarrow (T_c - T_{\infty}) &= \frac{P_{\text{elec}} - P_{\text{mec}}}{\left[ \frac{k_e \omega^2}{+} + h_c A_c + \frac{\pi D \sqrt{k_e h \rho_e}}{2} \right]}
 \end{aligned}$$

b)  $T_c - T_{\infty} = 322,7 \Rightarrow T_c = 347,7^\circ\text{C}$

3.136)  $K_{\text{aw}} = 377 \text{ W/(mK)}$

Hipóteses: RP, problema unidimensional, sem geração interna e sem perdas por radiação.



Como o enunciado que as bordas são infinitas considerar aletas infinitas

$$\begin{aligned}
 q_a &= k_e \cdot A_c \cdot (T_b - T_{\infty}) \sqrt{\frac{h \cdot \rho}{k_e A_c}} \\
 &= (T_b - T_{\infty}) \sqrt{h \cdot \rho \cdot k_e \cdot A_c} = 625 \sqrt{10 \cdot \pi \cdot 0,01 \cdot 377 \cdot \pi \cdot (0,01)^2} \\
 &= 60,3 \text{ W} \\
 \therefore q_{\text{min}} &= 2q_a = 120,6 \text{ W}
 \end{aligned}$$

3.142) a) Hipóteses: RP, sem geração interna, problema unidimensional, propriedades constantes, efeitos radioativos desprezíveis.

Tratando-se de uma aleta prismática apenas com convecção; sabemos que  $\Theta = T(x) - T_{\infty} = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$  onde  $m^2 = \frac{h\rho}{kA_c}$  (1)

Condições de Contorno:

$$\begin{aligned}
 T(0) &= T_c \Rightarrow \Theta(0) = T_c - T_{\infty} \quad (2) \\
 T(L) &= T_L \Rightarrow \Theta(L) = T_L - T_{\infty} \quad (3)
 \end{aligned}$$

De (2) em (1):  $C_1 + C_2 = \Theta(0)$  (4)

De (3) em (1):  $C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL} = \Theta(L)$  (5)

De (4) e (5):  $C_1 e^{mL} + (\Theta(0) - C_1) e^{-mL} = \Theta(L) \Rightarrow C_1 (e^{mL} - e^{-mL}) = \Theta(L) - \Theta(0) \cdot e^{-mL} \Rightarrow C_1 = \frac{\Theta(L) - \Theta(0) e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}}$  (6)

De (6) em (4):

$$\begin{aligned}
 C_2 &= \Theta(0) - \frac{\Theta(L) - \Theta(0) e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} = \frac{\Theta(0)(e^{mL} - e^{-mL}) - \Theta(L) + \Theta(0) e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} \\
 \Rightarrow C_2 &= \frac{\Theta(0) e^{mL} - \Theta(L)}{e^{mL} - e^{-mL}} \quad (7)
 \end{aligned}$$

Logo, de (6) e (7) em (1):

$$\begin{aligned}
 \Theta(x) &= \frac{\Theta(L) - \Theta(0) e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} e^{mx} + \frac{\Theta(0) e^{mL} - \Theta(L)}{e^{mL} - e^{-mL}} e^{-mx} \\
 &= \frac{\Theta(L) \cdot [e^{mx} - e^{-mx}] + \Theta(0) [e^{-m(L-x)} + e^{m(L-x)}]}{e^{mL} - e^{-mL}} \cdot \frac{2}{2}
 \end{aligned}$$

$$\Theta = \frac{\Theta(L) \sinh(mx) + \Theta(0) \sinh[m(L-x)]}{\sinh(mL)}$$

Aplicando a Lei de Fourier:

$$q(x) = -kAc \frac{dT}{dx} = -l \quad | \quad (0) \dots$$

$$= \frac{m\Theta(L) \cdot \cosh(mx) - m\Theta(0) \cosh[m(L-x)] \cdot (-kAc)}{\sinh(mL)}$$

$$\therefore q_{a,e} = q(0) = -kAc \left[ \frac{m\Theta(L)}{\sinh(mL)} - m\Theta(0) \frac{\cosh(mL)}{\sinh(mL)} \right] =$$

$$= kAc \left[ \frac{m\Theta(0)}{\sinh(mL)} - \frac{m\Theta(L)}{\cosh(mL)} \right]$$

$$q_{a,L} = q(L) = -kAc \left[ \frac{m\Theta(L) \cosh(mL)}{\sinh(mL)} - \frac{m\Theta(0)}{\sinh(mL)} \right] =$$

$$= -kAc \left[ \frac{m\Theta(L)}{\cosh(mL)} - \frac{m\Theta(0)}{\sinh(mL)} \right] =$$

$$= kAc \left[ \frac{m\Theta(0)}{\sinh(mL)} - \frac{m\Theta(L)}{\cosh(mL)} \right]$$

b)  $Ac = 0,1 \cdot 0,001 = 0,0001 \text{ m}^2$       $k_{Ag} = 240 \text{ W/mK}$

$P = 20,001 + 2 \cdot 0,1 = 0,202 \text{ m} \quad \sim 400K$

$$m^2 = \frac{hP}{Ac \cdot k} = \frac{150 \cdot 0,202}{0,0001 \cdot 240} \Rightarrow m = 35,5$$

$\Theta(0) = 100 \text{ K}$      e      $\Theta(L) = 50 \text{ K}$

$q_{a,e} \approx 115 \text{ W}$      e      $q_{a,L} \approx 88 \text{ W}$

$q_{conv,e} = (0,2 - 50 \cdot 0,001)^{0,25} \cdot 150 \cdot 100 = 225 \text{ W}$

$q_{conv,L} = (0,2 - 50 \cdot 0,001)^{0,25} \cdot 150 \cdot 50 = 112,5 \text{ W}$

$q_{max,e} = 50 \cdot 115 + 225 = 5975 \text{ W}$

$q_{max,L} = 50 \cdot 88 + 112,5 = 4287,5 \text{ W}$

56) Note que as esferas se encontram em RT.  
A análise concentrada é válida?

$$Bi = \frac{hLc}{k} = \frac{h \cdot r_0}{3k} = \frac{20 \cdot 0,006}{3 \cdot 40} = 0,001 < 0,1$$

é válida!

Considerando que os efeitos radiativos são desprezíveis, damos um balanço de energia:



Balanço de energia:  
 $-hA_s(T - T_{\infty}) = \rho V c \frac{dT}{dt}$

$$\Theta = T - T_{\infty} \quad -hA_s\Theta = \rho V c \frac{d\Theta}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d\Theta}{\Theta} = -\frac{hA_s}{\rho V c}$$

Integrando:  $\int_{\Theta_i}^{\Theta} \frac{d\Theta}{\Theta} = \int_0^t \frac{-hA_s}{\rho V c} dt \Rightarrow \ln\left(\frac{\Theta}{\Theta_i}\right) = -\frac{hA_s}{\rho V c} t \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Theta = \Theta_i e^{-\frac{hA_s}{\rho V c} t}, \text{ onde } \Theta_i = T_i - T_{\infty}$$

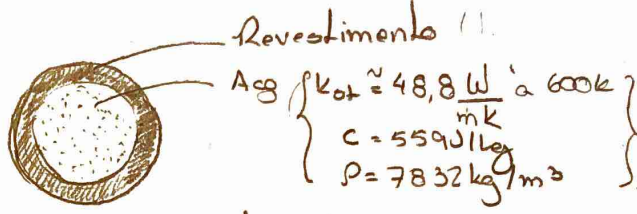
$$\therefore t = -\frac{\rho V c}{hA_s} \ln\left(\frac{\Theta}{\Theta_i}\right)$$

$A_s = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 0,006^2 = 1,68 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$      e      $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 1,68 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$

Logo,  $t = -\frac{7800 \cdot \frac{4 \cdot 0,006^3 \pi}{3} \cdot 600}{20 \cdot 4\pi \cdot 0,006^2} \ln\left(\frac{400 - 325}{1150 - 325}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow t = 7122 \text{ s}$

5.9)



Tomemos como VC a esfera de ag apenas e consideremos o revestimento como o meio que a esfera se encontra inserida.

Condutividade térmica do revestimento:

$$h_{rev} = \frac{1}{\frac{0,002}{0,04} + \frac{1}{3300}} = 19,9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

Análise concentrada é válida?

$$Bi = \frac{19,9 \cdot 0,15}{3 \cdot 48,8} = 0,02 < 0,1$$

é válida!

Logo,

$$t = -\frac{\rho V c}{h_{in} A_s} \ln\left(\frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}}\right) = -\frac{7832 \cdot 0,15 \cdot 559}{19,9 \cdot 3} \ln\left(\frac{140 - 100}{500 - 100}\right) \Rightarrow$$

$\Rightarrow t = 25329 \text{ s} = 7,03 \text{ h}$

5.49) Análise concentrada é válida?

$$Bi = \frac{250 \cdot 0,05}{48} = 0,26 > 0,1$$

Não é válida!

Vamos considerar os efeitos espaciais.

Note que o número de Biot permanecerá o mesmo.

$$\Theta_0^* = \frac{T_0 - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \frac{550 - 800}{200 - 800} = 0,42 \text{ Menor Temperatura é no plano central!}$$

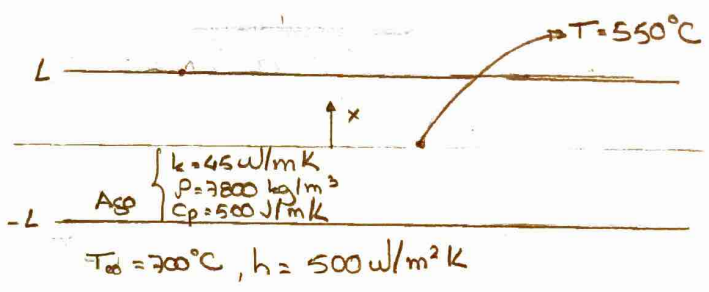
Tab 5.1  $\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_1 = 1,0382 \\ F_1 = 0,4801 \end{array} \right.$

$$\Theta_0^* = 0,42 \Rightarrow 1,0382 \cdot e^{(-0,4801^2 F_0)} = 0,42 \Rightarrow e^{(-0,4801^2 F_0)} = \frac{0,42}{1,0382}$$

$$\rightarrow -0,4801^2 F_0 = \ln\left(\frac{0,42}{1,0382}\right) \Rightarrow F_0 = 3,9$$

$$F_0 = \frac{48}{7830 \cdot 50 \cdot 0,05^2} = 3,9 \Rightarrow t = 874,76 \text{ s} = 0,24 \text{ h}$$

5.52)



A temperatura mínima sempre está relacionada ao plano médio em paredes planas.

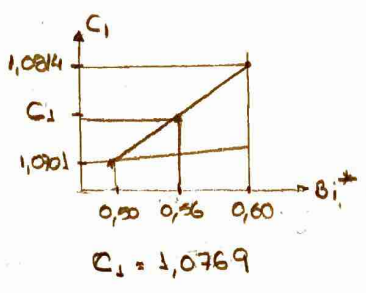
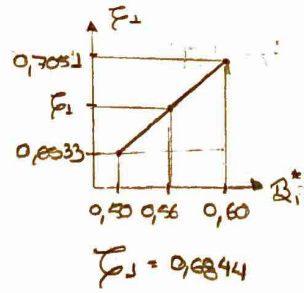
Análise concentrada?

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{500 \cdot 0,05}{45} = 0,56 > 0,1 \text{ Não é válida!}$$

Então, vamos considerar os eixos espaciais:

$$Bi^* = Bi = 0,56$$

Da tabela 5.1:



$$\Theta_0^* = \frac{550 - 700}{200 - 700} \Rightarrow \Theta_0^* = 0,375 \Rightarrow 0,375 = 1,0769 \cdot e^{-0,6844^2 F_0} \Rightarrow -0,6844^2 F_0 = -1,0549 \Rightarrow F_0 = 2,25$$

Dispersividade térmica:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} = \frac{45}{7800 \cdot 500}$$

Logo

$$F_0 = \frac{\alpha t}{L^2} \Rightarrow t = \frac{2,25 \cdot 0,05^2}{45} \cdot 7800 \cdot 500 = 487,5 \text{ s}$$

5.63) a) Tratando-se de um problema de RT, consideremos o tubo metálico como meio.

$$h = \frac{1}{\frac{1}{k_{ps}} + \frac{1}{h}} = \frac{1}{\frac{1}{3,13} + \frac{1}{57}} = 57 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$k_{ps} = 3,13 \text{ W/mK}$   
 $\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$   
 $c = 1100 \text{ J/kgK}$   
 pirocerâmica ( $\approx 750 \text{ K}$ )

A análise concentrada é válida?

$$Bi = \frac{57 \cdot 0,01}{2 \cdot 3,13} = 0,091 < 0,1 \text{ é válida!}$$

Como não sabemos o comprimento do bastão, a análise se concentra se torna difícil. Logo, vamos considerar os eixos espaciais:

$$Bi^* = 2 \cdot Bi = 0,182$$

$$\Theta_0^* = \frac{T_0 - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \frac{600 - 300}{900 - 300} = 0,5$$

Da tabela 5.1  $\rightarrow F_1 = 0,5881$  e  $C_1 = 1,0448$

$$\Theta_0^* = 1,0448 \cdot e^{-0,5881^2 F_0} \Rightarrow 0,5 = \frac{1}{1,0448} \cdot e^{-0,5881^2 F_0} \Rightarrow F_0 = 2,13 (> 0,2)$$

Dispersividade térmica:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} = \frac{3,13}{2600 \cdot 1100}$$

Logo,

$$F_0 = \frac{\alpha t}{r_0^2} \Rightarrow t = \frac{2,13 \cdot 0,01^2}{3,13} \cdot 2600 \cdot 1100 \Rightarrow t = 194,63 \text{ s}$$

b) Exercício Computacional

5.87) a) Podemos considerar o contrapiso como um sólido semi-infinito ( $F_0 < 0,2$ ). Dessa forma não precisamos utilizar as soluções exatas.

Devemos encontrar o tempo que leva para que o sólido atinja  $50^\circ\text{C}$  em  $x = 0,004 \text{ m}$ .

$$\frac{T(x=0,004, t_0) - T_s}{T_i - T_s} = \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t_0}}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{50 - 150}{25 - 150} = \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t_0}}\right) \Rightarrow 0,8 = \text{erf}\left(\frac{0,004}{2\sqrt{\alpha t_0}}\right)$$

Da tabela B.2:  $\frac{0,004}{2\sqrt{\alpha t_0}} = 0,82$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} = \frac{15}{1,5 \cdot 10^6} = 10^{-7}$$

Logo,

$$\left(\frac{0,002}{0,92}\right)^2 = \alpha t_0 \Rightarrow t_0 = 47,3 \text{ s} = 0,80 \text{ min}$$

Concluímos que o tempo total global é de  $t = 2,80 \text{ min}$ .

Agora, vamos verificar se ultrapassamos  $120^\circ\text{C}$ .

$$\frac{T-150}{25-150} = \text{erfc}\left(\frac{0,004}{2\sqrt{10^{-7} \cdot 169,2}}\right) = \text{erfc}(0,49) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = -125 \cdot \text{erfc}(0,49) + 150 = -125 \cdot 0,50275 + 150 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 87^\circ\text{C}$$

$$b) E_{\text{remov}} = \int_0^t q_s \cdot A_s dt = \int_0^t \frac{k \cdot (T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}} A_s dt =$$

$$= \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha}} \cdot A_s \int_0^t t^{-1/2} dt = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha}} \cdot A_s \cdot 2 \cdot t^{1/2} \Big|_0^t =$$

$$= \frac{0,15 \cdot (150 - 25)}{\sqrt{\pi \cdot 10^{-7}}} \cdot 254 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \sqrt{2,82 \cdot 60} = 56146,7 \text{ J}$$

5.88) Cálculo do número de Fourier referente ao bastão:

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{10^{-4} \cdot 400}{400} = 10^{-4} < 0,2$$

teríamos que usar a solução exata!

Podemos considerar o bastão como um sólido semi-infinito.

$$\text{erfc}\left(\frac{0}{2\sqrt{\alpha t}}\right) = 1 - 0 = 1$$

$$\text{erfc}\left(\frac{200 \sqrt{10^{-4} \cdot 400}}{400}\right) = 1 - \text{erf}(0,1) = 1 - 0,11246 =$$

$$= 0,88754$$

$$\frac{T-25}{300-25} = 1 - e^{-\frac{200^2 \cdot 10^{-4} \cdot 400}{400^2}} \cdot \text{erfc}(0,1) \Rightarrow T = 53,5^\circ\text{C}$$

5.71)



$$\begin{cases} c = 500 \text{ J/kgK} \\ \rho = 7800 \text{ kg/m}^3 \\ k = 50 \text{ W/mK} \end{cases}$$

Análise concentrada?

$$Bi = \frac{hr_o/3}{k} = \frac{5000 \cdot 0,02}{3 \cdot 50} = 0,33 > 0,1$$

Não é válida!

Então, teremos que considerar os efeitos espaciais.

$$Bi^* = \frac{hr_o}{k} = 3 \cdot Bi = 1$$

Da tabela 5.1  $\rightarrow \zeta_1 = 1,5708$  e  $C_1 = 1,2732$

$$r^* = \frac{0,009}{0,02} = 0,9$$

$$\theta^* = \frac{1000 - 1300}{300 - 1300} = \frac{300}{1000} = 0,3$$

$$\theta^* = C_1 \cdot e^{-\zeta_1^2 Fo} \cdot \frac{1}{\zeta_1 r^*} \cdot \sin(\zeta_1 r^*) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1 \cdot e^{-\zeta_1^2 Fo} = \frac{\zeta_1 r^* \theta^*}{\sin(\zeta_1 r^*)} \Rightarrow e^{-\zeta_1^2 Fo} = \frac{\zeta_1 r^* \theta^*}{C_1 \sin(\zeta_1 r^*)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Fo = \frac{1}{(-\zeta_1^2)} \cdot \ln\left(\frac{\zeta_1 r^* \theta^*}{C_1 \sin(\zeta_1 r^*)}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Fo = \frac{1}{(-1,5708^2)} \cdot \ln\left(\frac{1,5708 \cdot 0,9 \cdot 0,3}{1,2732 \cdot \sin(1,5708 \cdot 0,9)}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Fo = 0,44$$

Difusividade térmica:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} = \frac{50}{7800 \cdot 500}$$

Logo,

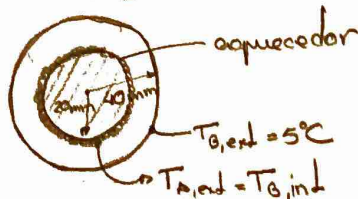
$$Fo = \frac{\alpha t}{r_o^2} = 0,44 \Rightarrow t = \frac{0,01^2 \cdot 0,44}{50} \cdot 7800 \cdot 500 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 3,432 \text{ s}$$

3.52) a) Hipóteses: RP, sem geração interna\*, propriedades constantes, eixos radicativos desproporcionais e problema unidimensional (direção mais significativa é a radial)

$$T_{\infty} = -15^\circ\text{C}, h = 50 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

\* para VC's individuais!



$$q' = \frac{T_{0,ext} - T_{\infty}}{\frac{1}{2\pi \cdot 0,04 \cdot 50}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q' = (-5 + 15) \cdot 2\pi \cdot 0,04 \cdot 50 = 251,32 \text{ W/m}$$

b) Note que como estamos em RP e não há geração no interior do tubo A então o tubo tm que ser isobármico. (13)

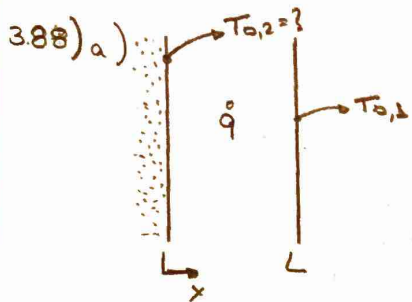
Como  $T_{A,ext} = T_{B,int}$  então vamos chamar como  $T_A = T_B = T_0$

$$q' = \frac{T_{B,int} - T_{A,ext}}{\frac{\ln(r_B/r_A)}{2\pi k_B}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{B,int} = q' \frac{\ln(r_B/r_A)}{2\pi k_B} + T_{A,ext} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{B,int} = 251,32 \cdot \frac{\ln(2)}{2\pi \cdot 1,5} + 278 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{B,int} = 296,48 \text{ K} = 23,48^\circ\text{C} = T_{A,ext} = T_A(0)$$



Hipóteses: 1D,  
problema unidimensional,  
propriedades constantes,  
geração uniforme.

Da eq. geral da condução:

$$k \frac{d^2 T}{dx^2} + \dot{q} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}}{k} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}x}{k} + C_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(x) = -\frac{\dot{q}x^2}{2k} + C_1 x + C_2$$

Condições de contorno:  $T(L) = T_{0,1}$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = 0$$

$$C_1 = 0$$

$$-\frac{\dot{q}L^2}{2k} + C_2 = T_{0,1} \Rightarrow C_2 = T_{0,1} + \frac{\dot{q}L^2}{2k}$$

$$\text{Logo, } T(x) = -\frac{\dot{q}x^2}{2k} + \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_{0,1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + T_{0,1}$$

$$q''(x) = -k \left( -\frac{\dot{q}x}{k} \right) = \dot{q}x \quad q''(L) = \dot{q}L$$

$$\text{Em } x=0: T(0) = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_{0,1} \Rightarrow T_{0,2} = \frac{\dot{q}L^2}{2k} + T_{0,1}$$

$$b) k \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = C_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(x) = C_1 x + C_2$$

Condições de contorno:  $T(0) = T_{0,2}$  e  $T(L) = T_{0,1}$

$$C_2 = T_{0,2}$$

$$C_1 L + T_{0,2} = T_{0,1} \Rightarrow C_1 = \frac{T_{0,1} - T_{0,2}}{L}$$

$$T(x) = \left[ \frac{T_{0,1} - T_{0,2}}{L} \right] x + T_{0,2}$$

$$q''(x) = -k \left[ \frac{T_{0,1} - T_{0,2}}{L} \right] = \frac{k}{L} (T_{0,2} - T_{0,1}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q''(x) = \frac{\dot{q}L}{2}$$